Fachbereich Mathematik
Bernhard-von-Cotta-Gymnasium Brand-Erbisdorf

**3. Prüfungskomplex – Ma-Leistungskurs 2024/25;**
**Differenzierbarkeit von Funktionen**

Abgabetermin:
23.09.2024

1. Wiederholen Sie die Begriffe:„Differenzenquotient“, „Differentialquotient“, erste Ableitung, zweite Ableitung einer Funktion f an einer Stelle $x_0$ und deren graphische Deutung!

---

2. Stellen Sie den Differentialquotienten an der Stelle $x_0$ für folgende Funktionen auf!

A) $f(x) = x^3$ B) $f(x) = e^x$ C) $f(x) = \sin x$

---

3. Untersuchen Sie die Grenzwerte für $h \to 0$ der folgenden Terme, indem Sie für h Folgen von Zahlen einsetzen, die von „links“ bzw. „rechts“ gegen 0 streben.
Fertigen Sie kleine Wertetabellen an!

A) $\dfrac{e^h - 1}{h}$ B) $\ln\left(1 + \dfrac{h}{2}\right)^{\frac{2}{h}}$ C) $\dfrac{\cosh - 1}{h}$

---

4. Bilden Sie mit Hilfe der Ableitungsregeln die erste und zweite Ableitungsfunktion folgender Funktionen (a $\in$ R , x $\in D_f$ )!

$f_1(x) = x^7 - ax^4 + \dfrac{a}{x}$ $f_2(x) = \dfrac{a}{(x-2)^2}$

$f_3(x) = e^{2-x} + 2x^a$ $f_4(x) = e^x x^2$

$f_5(x) = 2\cos(x - \dfrac{\pi}{2}) + \dfrac{1}{3}\sin(3x+3)$ $f_6(x) = \dfrac{1}{x} + ax - \sqrt{ax}$

Überprüfen Sie die erhaltenen Ableitungsfunktionen mit Hilfe des Taschenrechners!

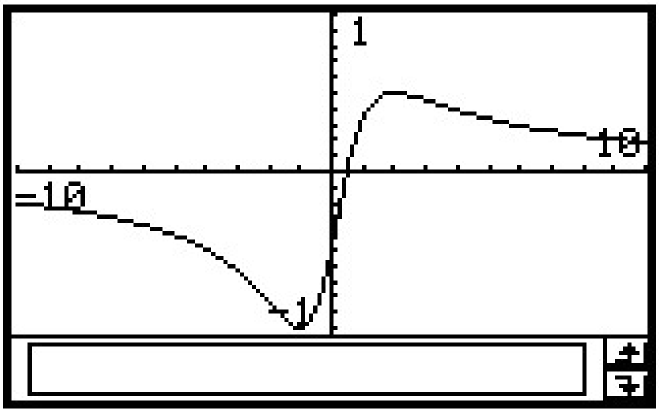
---

5. Berechnen Sie das lokale Extrema und die Wendepunkte der Funktion $f(x) = e^{-x^2}$ ohne Näherungswerte zu benutzen!

---

6. Gegeben sei die Funktion f durch $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x$ .
a) Geben Sie Definitionsbereich, Wertebereich und Nullstellen der Funktion f an und zeichnen Sie f im Intervall [-1 | 6 ].
b) Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente und der Normalen an der Stelle 3.
c) Ermitteln Sie die Punkte der Funktion f mit dem Anstieg 0?
d) Ermitteln Sie den Anstiegswinkel der Tangente im Punkt P(5 | f(5)).
e) Die Gerade mit der Gleichung y = x + 3 ist eine Sekante zur Funktion f. Ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Sekante mit f(x).
f) Gegeben sei eine weitere Sekante mit der Gleichung y = mx (m e R). Bestimmen Sie die Werte m, für die die Sekante genau einen Punkt, zwei Punkte bzw. drei Punkte mit f gemeinsam hat.

7. Gegeben sei das Bild einer Funktion **f(x)** (siehe Abb.) Die x-Achse ist eine Asymptote von **f(x).**




a) Entnehmen Sie der Abbildung Näherungswerte aller sichtbaren markanten Punkte (Py, Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte).

b) Geben Sie für die zugehörige erste Ableitungsfunktion **f'(x)** im vorgegebenen Intervall an:
- Näherungswerte für Nullstellen,
- alle Argumente, für die die Funktionswerte von f '(x) positiv sind,
- die Anzahl der Extremstellen.

**Aufgaben aus ABI-Prüfungs – A-Teilen: Alle Aufgaben sind ohne TR zu lösen.**

8 Eine Funktion *f* ist durch f(x)=2*e^(1/2*x) - 1 gegeben.

8.1 Ermitteln Sie die Nullstelle der Funktion *f*.

8.2 Die Tangente an den Graphen von *f* im Punkt S(0 | 1) begrenzt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck. Weisen Sie nach, dass dieses Dreieck gleichschenklig ist.

9 Für jeden Wert von $a \quad (a \in \mathbb{R}, a > 0)$ ist die Funktion $f_a$ gegeben durch $f_a(x) = a \cdot e^{a+x} \quad (x \in \mathbb{R})$.

Die Tangente an den Graphen von $f_a$ im Punkt $(-1 | f_a(-1))$ wird mit $t_a$ bezeichnet.

9.1 Weisen Sie nach, dass für jeden Wert von *a* die Tangente $t_a$ durch die Gleichung $y = a \cdot e^{a-1} \cdot x + 2 \cdot a \cdot e^{a-1}$ beschrieben werden kann.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

9.2 Für jeden Wert von *a* schließen die Tangente $t_a$ und die beiden Koordinatenachsen ein Dreieck ein.

Ermitteln Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks in Abhängigkeit von *a*.

Erreichbare BE-Anzahl: 02